

平面図形 ～しきつめ模様の秘密にせまろう～

1. はじめに

世界（我々の住む現実世界）には様々な模様があるが、その中には、様々な思い（メッセージ）とともに数学的な図形要素もたくさん散りばめられている。はじめに、その背景や図形要素にも触れながら、身の回りの敷き詰め模様のパターンについての考察を行った。その後、「基礎・基本（定義や定理）」に立ち戻って考えると解決の糸口が見えてくるのは・・・という切り口から、三角形、四角形、五角形、六角形・・・と考察をしていく。直観的な感覚を大切にしながら、数学的要素に着目して、論理的に考察していく力を養いたい。

日常生活の中では、歩道を敷き詰めるタイルや壁紙、文化的な建造物等、三角形、四角形などの合同な図形を敷き詰めた模様を目にする機会がある。生徒は日常生活の中で無意識のうちに、このような模様の美しさを認識しているだろう。生徒たちの多くは、基本的な知識理解や技能の面で習熟し、問題の中で活用することについても意欲的である。しかし、日常生活の中に数学が活用されていることを実感できている生徒は非常に少ない。身近なところから様々な模様を見つけ、日常生活の中に潜む数学的要素の発見を通して、生徒の興味・関心を引き出すとともに、その構造について考えることで図形についての理解を深めていきたい。

2. 授業の実践

第1時「家・校内など、身の回りのしきつめ模様をさがそう！」

身の回りのしきつめ模様にはどのようなものがあるかについて、身の回りのもの（家庭、通学路、校内等）を観察・記録し、図形的な視点で考察した。調べていく中で、生徒の中から「三角形が多かった」「四角形が多かった」という声も多くあがり、基本図形に立ち返って、しきつめ模様が成立するのかを調べてみるようになった。しきつめに対する考え（合同な図形がすきまなく、重なりなく）についても確認しながら次時につなげた。

身の回りのしきつめ模様について

身の回りの「敷き詰め模様」について調べてみよう！

<観察> 敷き詰められた図形は四角形（特に長方形や正方形）が多いと思います。逆に、曲線が描かれている図形が少なく、直線が描かれている図形が多くなっています。敷き詰め模様は、直線と直線が交わることで形成されています。

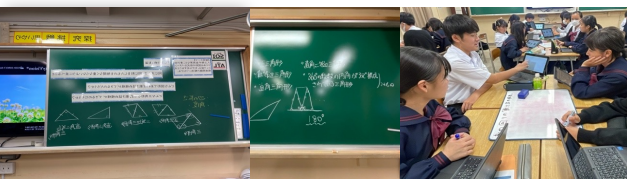
<考察> 敷き詰められた図形は、合同な図形であることが多く、同じ向きで敷き詰められています。また、敷き詰められた図形は、互いに隙間なく、重なりなく敷き詰められています。

<考察> 敷き詰められた図形は、合同な図形であることが多く、同じ向きで敷き詰められています。また、敷き詰められた図形は、互いに隙間なく、重なりなく敷き詰められています。

<考察> 敷き詰められた図形は、合同な図形であることが多く、同じ向きで敷き詰められています。また、敷き詰められた図形は、互いに隙間なく、重なりなく敷き詰められています。

第2時「三角形・四角形のしきつめ模様を解明してみよう！」

2時間目については、基本図形に立ち返って、三角形、四角形のしきつめ模様はどんなときでも成立するのかわかるか、またその成立条件について考えた。念頭操作だけでは難しい生徒の支援のため、折り紙を配布したところ、裏返す＝対称移動を意識したという声も上がり、生徒たちは図形の対称性などの既習事項を活用して、しきつめ模様が成立する条件を考察していくこととなった。探究テーマ「人工物や自然界など、身の回りにある図形の形式をパターンとして捉え、モデル化することは、現実問題の解決につながる」を意識し、まずはどんな形状・パターンがあるのかを考えた上で、しきつめ模様が成立するのかわかるか＝成立するときの条件を考察した。最終的に、辺の長さや角度（180°や360°）に注目すると、解決の糸口がみえてくるという視点や次時につながる「五角形、六角形ではどうなるのか？」という疑問など、生徒の中の気付きも多かった。



<参考文献>
「中学校学習指導要領」（文部科学省 平成29年告示）
「中学校学習指導要領解説 数学編」（文部科学省 平成29年告示）
「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料 中学校数学（国立教育政策研究所 令和2年3月）
幾何学パターンづくりのすべて ファッション、建築、デザインのためのリポートパターン制作ガイド（ポール・ジャクソン著 牧尾晴喜訳 株式会社ビー・エヌ・エヌ 令和4年7月）

正方形
・正方形
・長方形
・平行四辺形
・菱形
・ひし形
・台形
・二等辺三角形
・正三角形
・二等辺三角形
・直角二等辺三角形
・360°の整数の内角が3つで構成されている三角形
・どんな三角形でもOK
・五角形の角の内角が1つだけ180°で作られる。よって平行四角形が作られていく。→敷き詰められる

五角形で敷き詰められる条件
→四角形のすべての角が90°であれば360°だから、同一平面に敷き詰めることができ、四角形で敷き詰められる。五角形で敷き詰められる条件は、五角形の角の内角が1つだけ180°で作られる。よって平行四角形が作られていく。→敷き詰められる

第3時「五角形で敷き詰め模様が成り立つのか？成り立つときの条件を解明してみよう！」

探究テーマに沿って、はじめ、五角形の形状・形状を考えた上で、「五角形のしきつめ模様が成り立つときの条件を解明してみよう」というテーマで、それぞれのパターン（形状）について成立するかどうかを実際に折り紙を活用しながら、確認した。生徒は、操作活動を取り入れることで、よりイメージをもって考えやすくなった。また、既習事項の図形の性質や、図形の分割をしてすぐに確認できた三角形、四角形の場合に関連づけて考えることで、解決の糸口が見えてくるという視点をもつことも出来た。五角形で敷き詰め模様が成り立つ条件をさがしていく中で、数学的な根拠をもとに試行錯誤し他者と考えを練り上げる場面を授業内で設定できるようにし、混乱している生徒については、対応する角に印をつける等のヒントを周囲から得られるようにする等、生徒の発言をつなぎながらアドバイスしていった。今回は議論がスムーズに進むように、ロイロノートで班ごとの共有ノートを活用した。



3. 成果と課題

<成果>

「身の回りのしきつめ模様には三角形・四角形が多いのはなぜだろう」、「しきつめ模様をすることでどのようなメリットがあるのか疑問に思った」等の生徒の意見や、意欲的にしきつめ模様を探し考察する授業の様子から、生徒自身が実生活と数学のつながりや考え、意識をもつきっかけをつくることが出来た。
・生徒は難易度の高い課題に対して粘り強く考え、他者と交流する中で考えを練り上げることができた。
・「三角形と四角形は辺の長さや角度に注目するとどのような形でもしきつめられることが分かった」、「五角形はしきつめられないものが多い、平行があればしきつめられることができる」、「角度を組み合わせるときに180°または360°になる組み合わせが含まれる五角形がしきつめられる五角形の条件」、「次は六角形ではどのようになるのか、三角形、四角形、五角形で用いた考え方をういて解明していきたい」等の記述から、図形の定義や定理（性質）にもどって考えてみることで、パターン化して考えていくことなど、課題に対する数学的な視点（見方や考え）を養うことができた。

<課題>

「課題に対して粘り強く考える力」については、課題設定や展開、発問の工夫も必要とするところだが、今回は、念頭操作が難しい生徒に際しても、折り紙を使い、具体物で考える実際の操作活動を取り入れることで、思考を促し、他者と考えを練り上げる支援とした。前時に考えた三角形や四角形に帰着させて考えたり、角度に注目するなど、今回は具体物で考えた効果は一定あった。今後も単元や内容、生徒の状況により、その都度検討していきたい。また、「自らの考えを他者に伝えるように表現する力」については、班での議論、全体共有でのや生徒同士のやりとり、発表等の場を数多く設定する中で、日頃の授業も含めて今後も育成していく必要がある。
・考察過程を生徒は口述、記述の両方で表現したが、ワークシートから特に記述面において適切な数学的言語（表記、記号、専門用語）を用いて説明することについて課題が残った。あらためて普段の授業内から、口述、記述ともに数学的に正しく表現する力は養っていく必要があると感じた。
・操作活動において、今回は折り紙を使用したのが、タブレットにおけるアプリの使用も検討していきたい。